Examenul naţional de bacalaureat 2024

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Model decembrie2023

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

• Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.

• Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.

• Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.

SUBIECTUL I (30 puncte)

1.	$\sqrt{13-4\sqrt{3}}=\sqrt{\left(2\sqrt{3}-1\right)^2}=$	**3p**
	$=\left\|2\sqrt{3}-1\right\|=2\sqrt{3}-1$	**2p**
2.	Abscisa vârfului este $x_v=\frac{-a}{2}=0$, deci $a=0$	**2p**
	Ordonata vârfului este $y_v=-\frac{a^2-4b}{4}=1$, deci $b=1$	**3p**
3.	$4^x-2=2^x$	**2p**
	$2^x=-1$ nu are soluții reale, din $2^x=2$ avem $x=1$ care convine	**3p**
4.	$C_4^0-2C_4^1+4C_4^2-8C_4^3+16C_4^4=(1-2)^4=$	**3p**
	$=1$	**2p**
5.	$\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)$, M este mijlocul laturii BC	**3p**
	$\overrightarrow{AM}=4\vec{i}-3\vec{j}$, $AM=\sqrt{4^2+3^2}=5$	**2p**
6.	$\frac{\sin x+\cos x}{\sin\left(\frac{\pi}{4}+x\right)}=\frac{\sin x+\cos x}{\sin\frac{\pi}{4}\cos x+\cos\frac{\pi}{4}\sin x}=$	**3p**
	$=\frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\sqrt{2}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea (30 puncte)

1.a)	$m+10\in\mathbb{N}$	**2p**
	Cel mai mic $m\in\mathbb{Z}$ care verifică condiția este $m=-9$	**3p**
b)	$\det\left(A(1)\cdot A(2)\cdot A(3)\right)=\det\left(A(1)\right)\cdot\det\left(A(2)\right)\cdot\det\left(A(3)\right)$	**2p**
	Cum $\det\left(A(2)\right)=\begin{vmatrix}2&1&1\\3&2&1\\1&-1&2\end{vmatrix}=0$, se obține că $\det\left(A(1)\cdot A(2)\cdot A(3)\right)=0$	**3p**

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.isjsb.ro

c)	$\det(A(2))=0$, $\begin{vmatrix}2 & 1\\ 3 & 2\end{vmatrix}=1$, $\begin{vmatrix}2 & 1 & 8\\ 3 & 2 & 11\\ 1 & -1 & 7\end{vmatrix}=0$, deci sistemul este compatibil simplu nedeterminat	2p
	$(x_0,y_0,z_0)=(5-\alpha,\alpha-2,\alpha)$, $\alpha\in\mathbb{Z}$ este soluția sistemului, $y_0=\sqrt{x_0z_0}$, $\alpha=4$ care convine, $\alpha=\dfrac{1}{2}$ nu convine, $(x_0,y_0,z_0)=(1,2,4)$	3p
2.a)	$x\circ y=x+y-ixy=-ix(y+i)+(y+i)-i=$	2p
	$=(-ix-i^2)(y+i)-i=-i(x+i)(y+i)-i$, pentru orice numere complexe x,y	3p
b)	$x\circ e=e\circ x=x$, pentru orice $x\in\mathbb{C}$, $x\circ e=-i(x+i)(e+i)-i=-i(e+i)(x+i)-i=e\circ x$	2p
	$-i(x+i)(e+i)-i=x\Leftrightarrow e=0$ este elementul neutru	3p
c)	$x\circ(-i)=(-i)\circ x=-i$, pentru orice $x\in\mathbb{C}$	2p
	$i^3=-i$, deci $i\circ i^2\circ i^3\circ\dots\circ i^{2024}=-i=a+bi$ și $a=0,b=-1$	3p

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

1.a)	$f'(x)=1+\dfrac{(x^3+1)'}{3\sqrt[3]{(x^3+1)^2}}=1+\dfrac{x^2}{\sqrt[3]{(x^3+1)^2}}, x\in\mathbb{R}\setminus\{-1\}$	3p
	Cum $f'(0)=1$, panta tangentei la graficul funcției f este egală cu panta dreptei $y=x-1$, deci dreptele sunt paralele.	2p
b)	$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x\left(1+\sqrt[3]{1+\dfrac{1}{x^3}}\right)}{x}=2$	2p
	$\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-2x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt[3]{x^3+1}-x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{\sqrt[3]{(x^3+1)^2}+x\sqrt[3]{x^3+1}+x^2}=0$, $y=2x$ este ecuația asimptotei spre $+\infty$.	3p
c)	$f'(x)>0$ pentru orice $x\in\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, funcția este strict crescătoare pe $\mathbb{R}$, deci injectivă	3p
	$\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$, f continuă pe $\mathbb{R}$, $\operatorname{Im}(f)=\mathbb{R}$, deci f surjectivă $\Rightarrow f$ bijectivă	2p
2.a)	$\int f\left(\sqrt{x-1}\right)dx=\int x^{-2024}dx=$	2p
	$=-\dfrac{1}{2023x^{2023}}+c, c\in\mathbb{R}$.	3p

b)	$\left(-506\ln^2\left(x^2+1\right)+c\right)'=\frac{-506\cdot 2\ln\left(x^2+1\right)\cdot 2x}{x^2+1}=\frac{-2024x\ln\left(x^2+1\right)}{x^2+1}=$	**3p**
	$=\frac{x\ln\left[\left(x^2+1\right)^{-2024}\right]}{x^2+1}=\frac{x\ln f\left(x\right)}{x^2+1}$	**2p**
c)	$F''\left(x\right)=f'\left(x\right)=-\frac{4048x}{\left(x^2+1\right)^{2025}}, x\in\mathbb{R}$	**2p**
	$F''\left(x\right)\geq 0$ pentru orice $x\in\left(-\infty,0\right]$, F este convexă, $F''\left(x\right)\leq 0$ pentru orice $x\in\left[0,+\infty\right)$, F este concavă, $x=0$ este punctul de inflexiune.	**3p**